**汉中市高三校际联考**

**数学试卷（理科）**

**考生注意：**

**1．本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，共150分．考试时间120分钟．**

**2．请将各题答案填写在答题卡上．**

**第I卷**

**一､选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 设，则（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据复数的运算法则，准确计算，即可求解.

【详解】由复数，所以.

故选：B.

2. 设集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】解不等式化简集合*B*，再利用交集的定义求解即得.

【详解】依题意，或，而，

所以.

故选：D

3. 已知直线是双曲线的一条渐近线，则该双曲线的离心率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据渐近线方程得到，再代入离心率公式即可.

【详解】由题意可知，所以.

故选：D.

4. 在等比数列中，，则（ ）

A.  B.  C. 16 D. 8

【答案】A

【解析】

【分析】利用等比数列的通项公式及性质求解即可.

【详解】设等比数列的公比为，

则，即，

由，可得，即，

所以.

故选：A

5. 某圆锥的侧面积为，其侧面展开图为一个半圆，则该圆锥的母线长为（ ）

A. 2 B. 4 C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】设圆锥的母线长为，底面半径为，由题意得到求解.

【详解】解：设圆锥的母线长为，底面半径为，即侧面展开图的半径为，侧面展开图的弧长为.

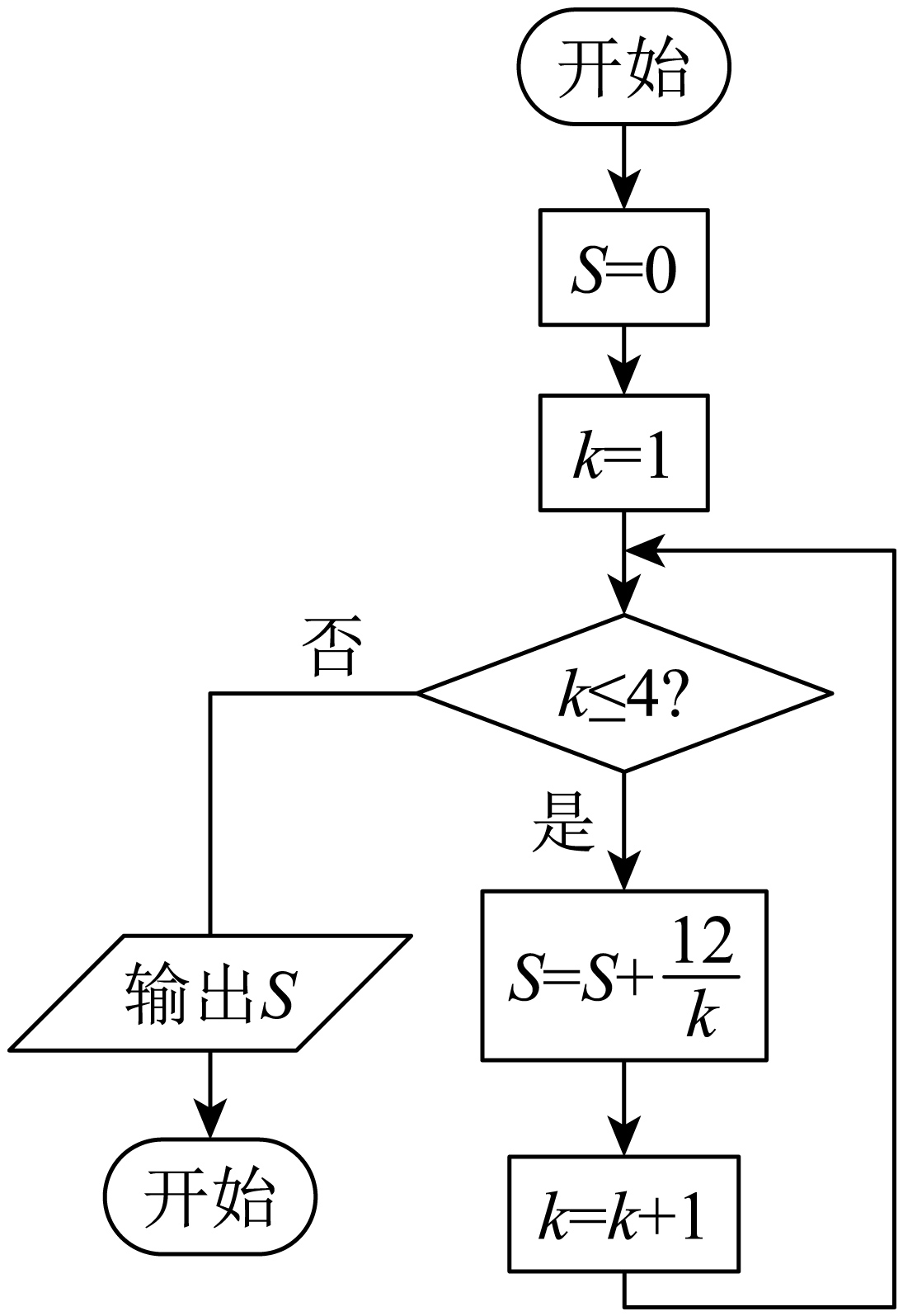
又圆锥的底面周长为，所以，即圆锥的母线长.

所以圆锥的侧面积为，

解得.

故选：D

6. 执行如图所示的程序框图，输出的（ ）



A. 18 B. 22 C. 25 D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据程序框图的功能，一一循环验证即可.

【详解】解：执行该程序框图，成立，

成立，

成立，

，不满足，

输出的.

故选：C

7. 已知，则（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】利用对数函数的单调性比较大小可得答案.

【详解】因为，所以，

因为，所以，故.

故选：D.

8. 已知为奇函数，则（ ）

A.  B. 14 C.  D. 7

【答案】C

【解析】

【分析】根据奇函数定义得到，进而求值.

【详解】因为为奇函数，

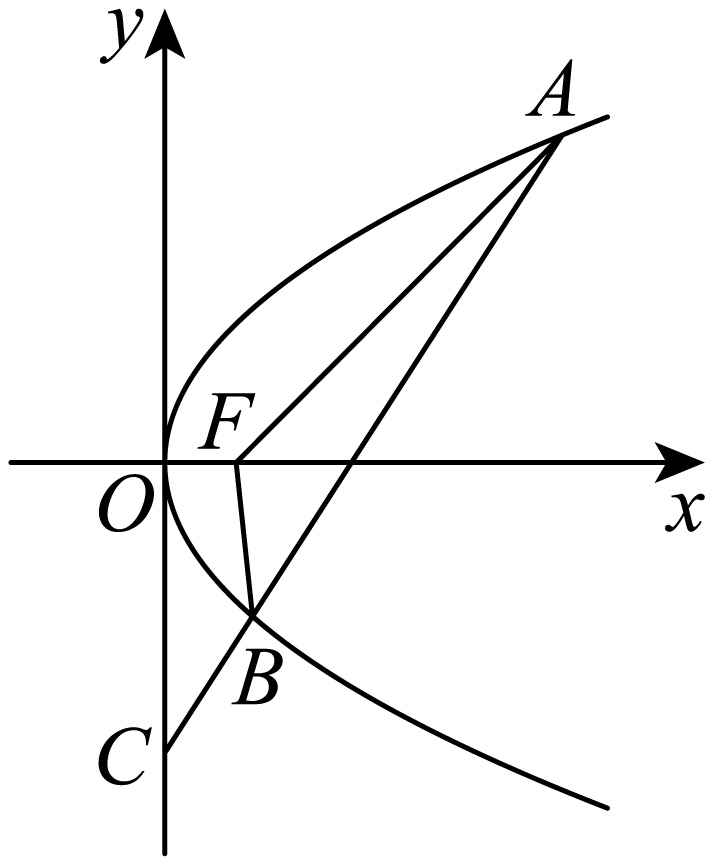
所以，即，

所以，

所以.

故选：C

9. 如图，设抛物线的焦点为，不经过焦点的直线上有三个不同的点，其中点在该抛物线上，点在轴上，若，则（ ）



A.  B.  C.  D. 3

【答案】D

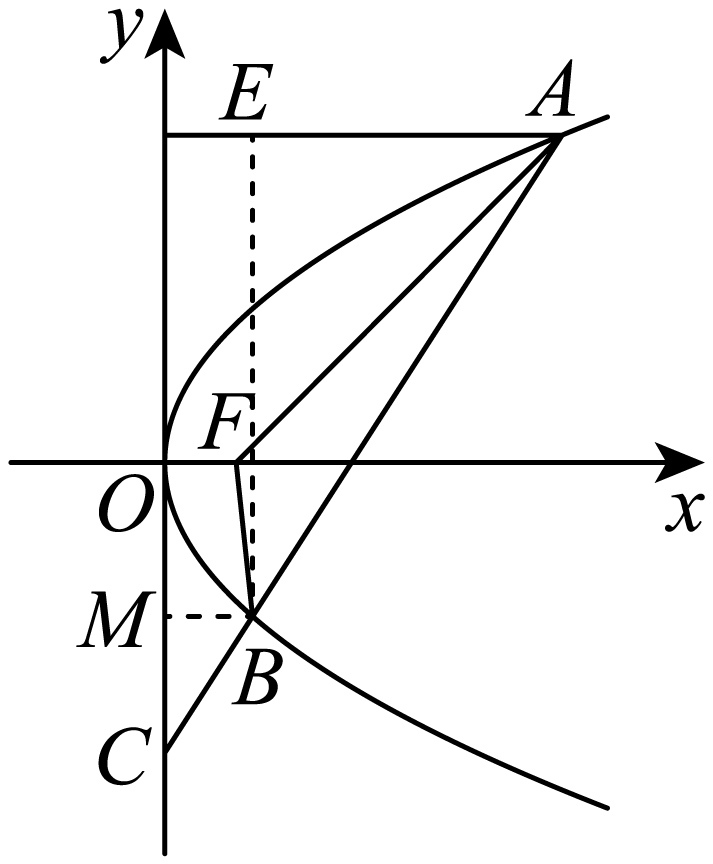
【解析】

【分析】根据抛物线定义可求出，根据三角形相似即可求出.

【详解】设,，

由，根据抛物线定义可得，

故，

，

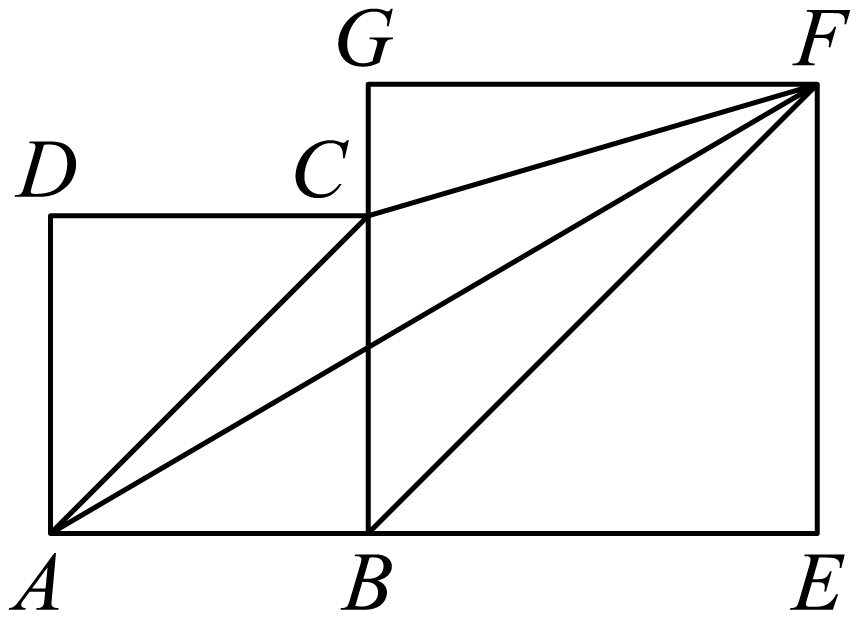
过，分别作轴的垂线，过作轴的垂线，垂足为，

明显，

所以.

故选：D

10. 下图是由两个边长不相等的正方形构成的，在整个图形中随机取一点，此点取自的概率分别记为，则（ ）



A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】先利用几何概型公式求得的值，进而得到三者之间的关系.

【详解】设，

从而，

因为，所以，

根据面积型几何概型的概率公式，

可以得到，

，则

故选：A.

11. 已知是球的直径上一点，，平面，为垂足，截球所得截面的面积为，为上的一点，且，过点作球的截面，则所得的截面面积最小的圆的半径为（ ）

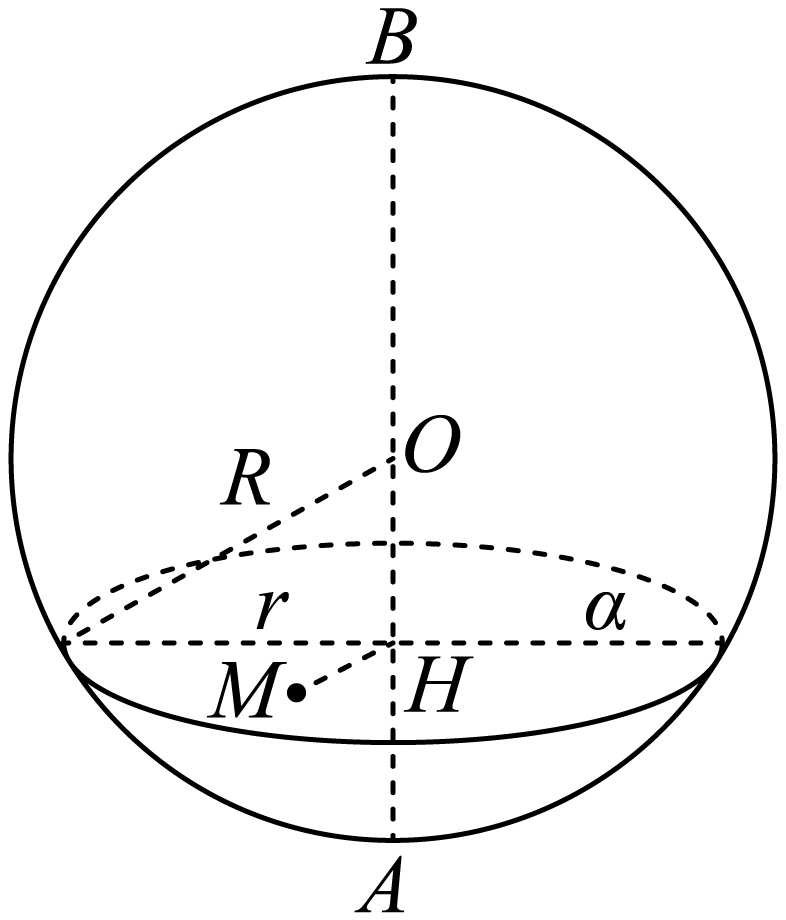
A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】设截得的截面圆的半径为，球的半径为，由平面几何知识得截面与球心的距离为，利用勾股定理求得的值，由题意可知球心到所求截面的距离最大时截面面积最小，利用面积公式，即可得答案.

【详解】如图，设截得的截面圆的半径为，球的半径为，



因为，

所以.由勾股定理，得，由题意得，

所以，解得，

此时过点作球的截面，若要所得的截面面积最小，只需所求截面圆的半径最小.

设球心到所求截面的距离为，所求截面的半径为，则，

所以只需球心到所求截面的距离最大即可，

而当且仅当与所求截面垂直时，球心到所求截面的距离最大，

即，所以.

故选：C

12. 已知函数在上单调递增，则的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】分情况讨论，当时直接代入可得函数递减；当时，求导，构造函数，，再由得到抽象函数，求出，最后再讨论时的情况，综合得出结果.

【详解】当时，函数在上单调递减，不符合题意，所以，

由题可知恒成立，即.令，

则，所以在上单调递增，由，

可得，即，所以，所以，

当时，，不符合题意，故的取值范围是.

故选：B

**第II卷**

**二､填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在答题卡中的横线上．**

13. 已知向量满足，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据平面向量数量积运算法则求出答案.

【详解】因为，所以，

故.

故答案为：

14. 若满足约束条件，则目标函数的最大值为\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】作出约束条件的可行域，利用几何意义即可求得目标函数的最大值.

【详解】画出约束条件的可行域，

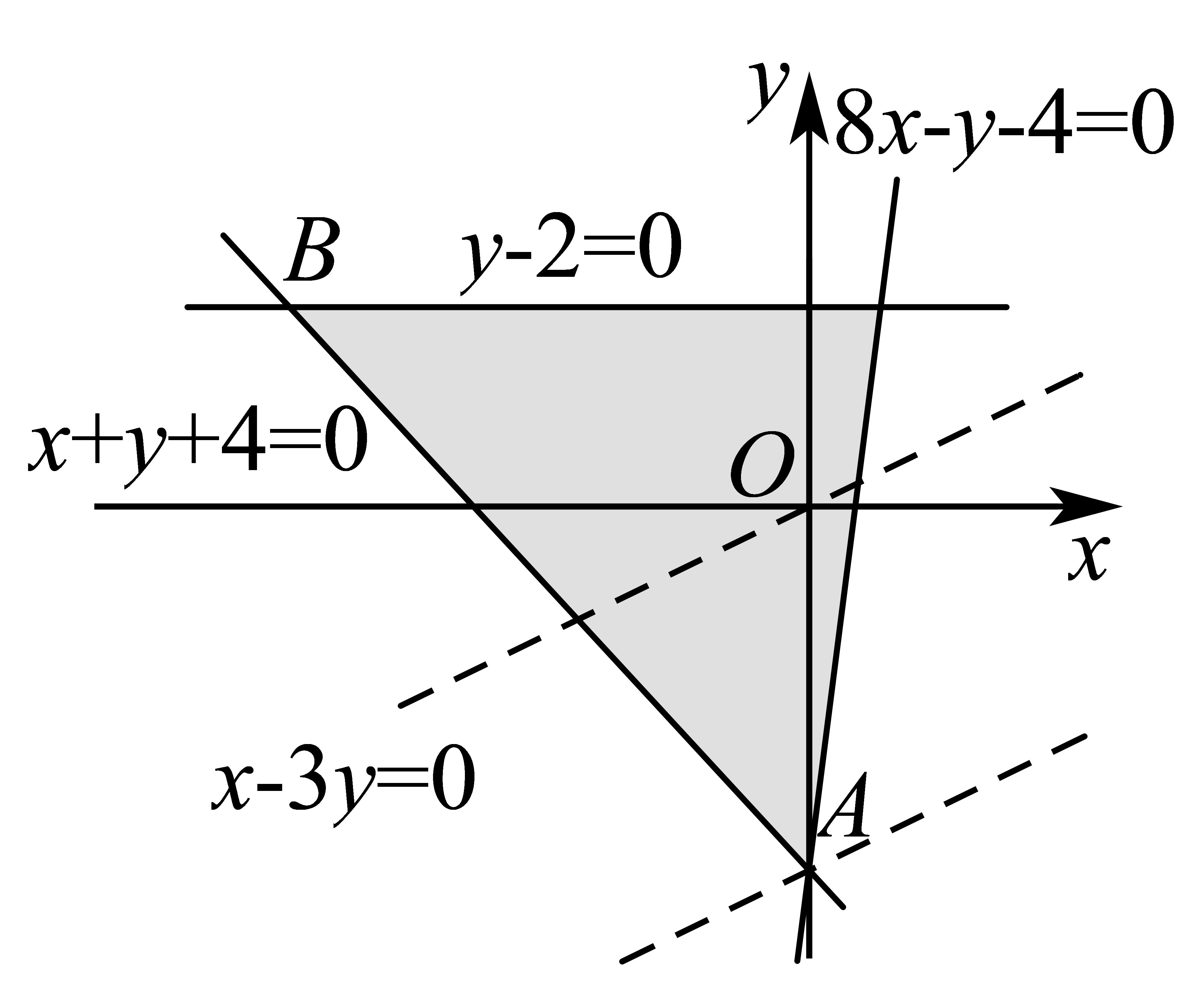
由，可得，

由，可得，

当目标函数经过时，，

当目标函数经过时，，

故目标函数的最大值为.



故答案为：

15. 已知函数.若存在，使不等式成立，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据的范围求出范围，可得的值域，可得答案.

【详解】当时，，则，

所以，因此在上的值域为，

若存在，使不等式成立，

则，所以的取值范围是.

故答案为：.

16. 某网店统计了商品近30天的日销售量，日销售量依次构成数列，已知，且，则商品近30天的总销量为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】1020

【解析】

【分析】根据题目所给递推关系找到数列的规律，进而求和.

【详解】当时，，当时，，

，

中奇数项是公差为2，首项为20的等差数列，





.

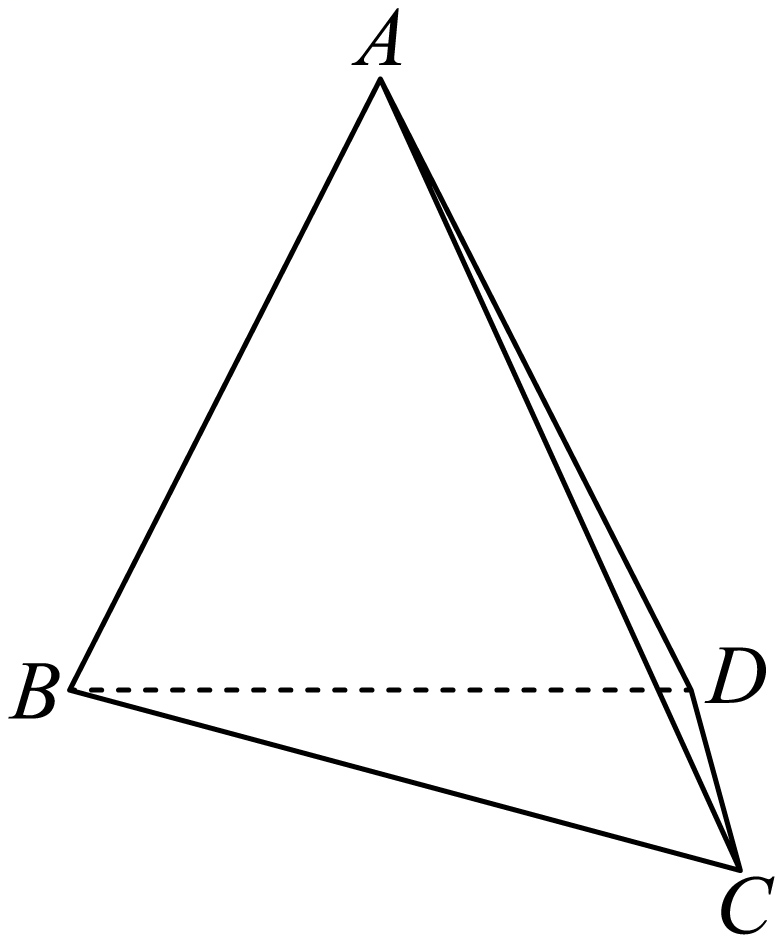
商品近30天的总销量为.

故答案为：.

**三､解答题：共70分．解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22､23题为选考题，考生根据要求作答．**

**（一）必考题：共60分**．

17. 在三棱锥中，.



（1）证明：.

（2）若，平面平面，求直线与平面所成角的正弦值.

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）取的中点，连接，由线面垂直判定定理证明平面，进而得到；

（2）由平面平面，可证明平面，以为坐标原点，建立空间直角坐标系，利用空间向量求解即可.

【小问1详解】

证明：取的中点，连接

因为，所以，

又因平面，

所以平面，

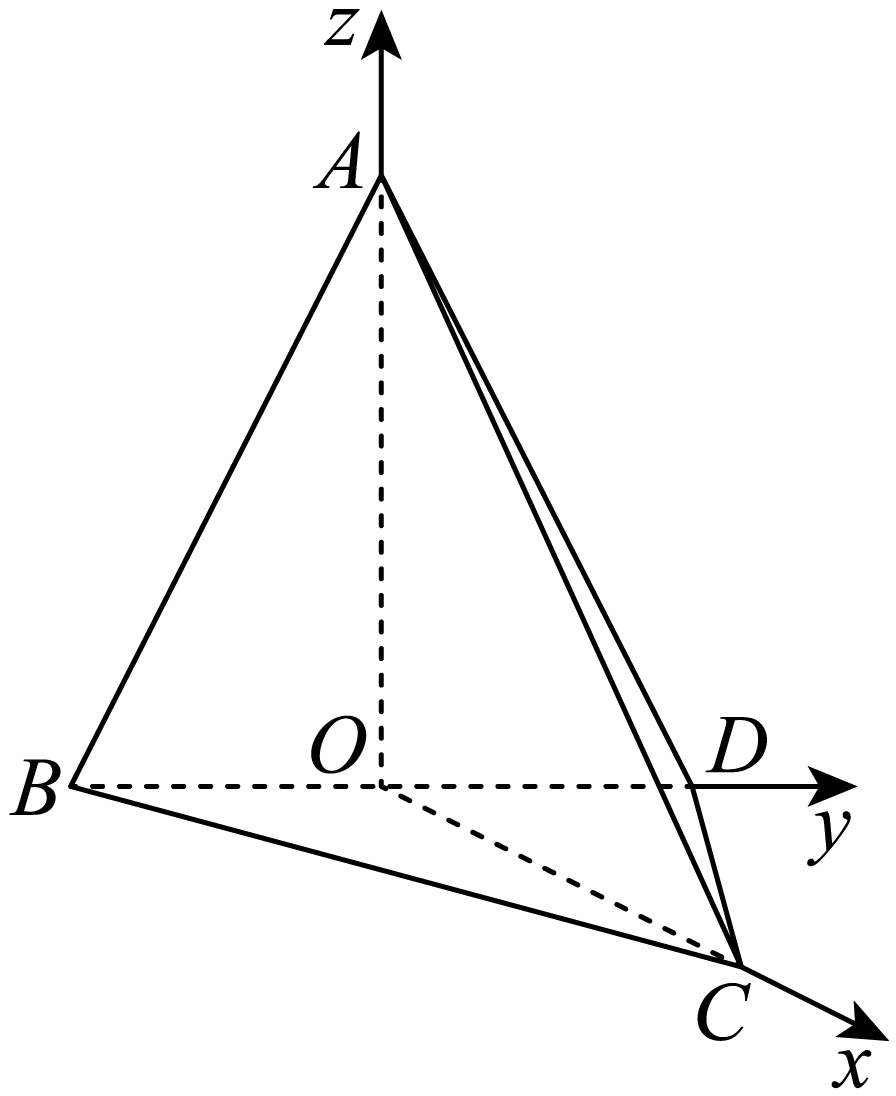
因为平面，所以.

【小问2详解】

因为且平面平面，

，面，所以平面.

以为坐标原点，分别以所在直线为轴建立如图所示的空间直角坐标系，



设，则，，，，

所以，，，

设平面的法向量为，

则，取，则，所以，

直线与平面所成角为，

则，

所以直线与平面所成角的正弦值为.

18. 的内角的对边分别为，已知的周长为.

（1）求的值；

（2）求的最大值.

【答案】（1）2 （2）

【解析】

【分析】（1）由题意结合数量积定义、余弦定理即可求解.

（2）由题意结合余弦定理以及基本不等式相关推论即可求解.

【小问1详解】

，

即.

因为的周长为6，所以，

解得.

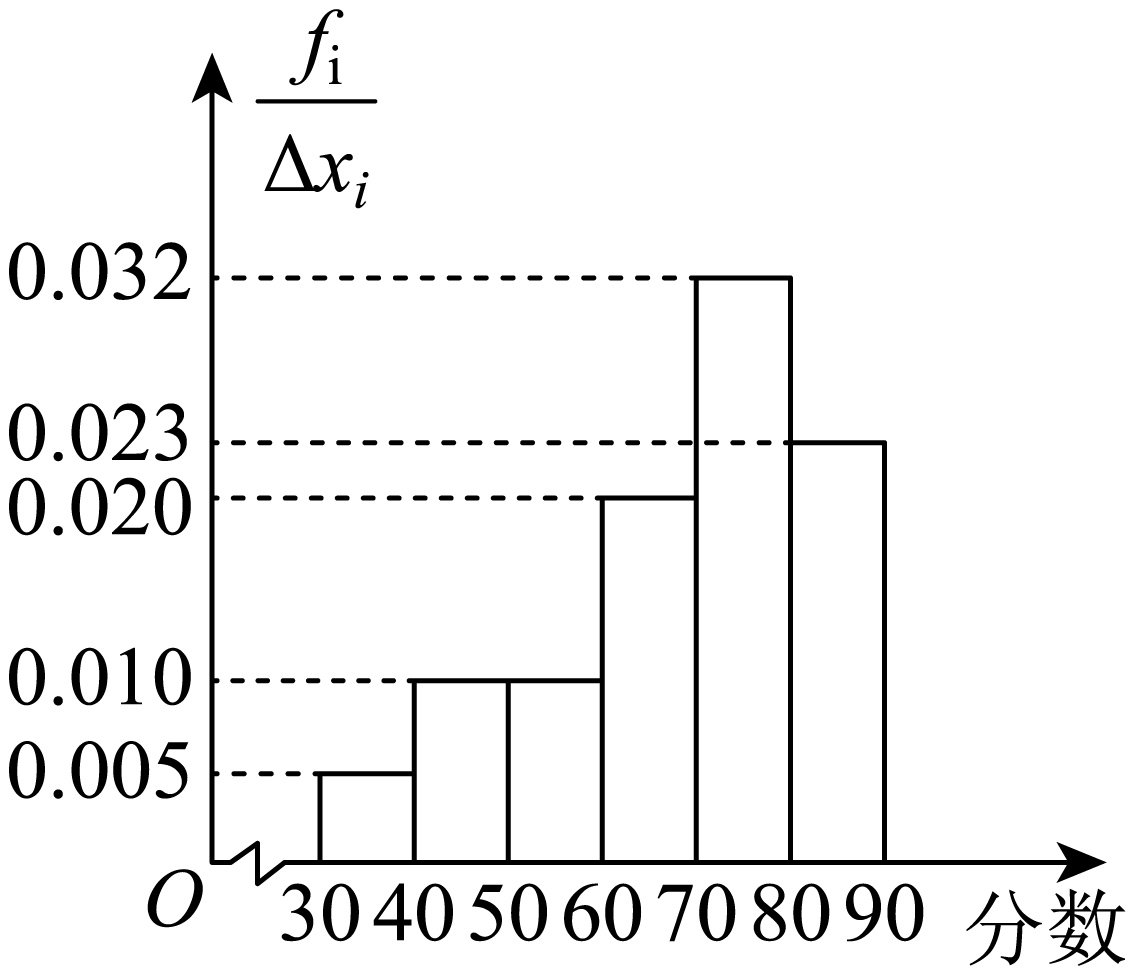
【小问2详解】

由（1）可知.

，当且仅当时，等号成立.

故当时，取得最大值.

19. 某市为提高市民对文明城市创建的认识，举办了“创建文明城市”知识竞赛，从所有答卷中随机抽取份作为样本，将个样本数据按、、、、、分成组，并整理得到如下频率分布直方图.



（1）请通过频率分布直方图估计这份样本数据的平均值（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）.

（2）以样本频率估计概率，若竞赛成绩不低于分，则被认定为成绩合格，低于分说明成绩不合格.从参加知识竞赛的市民中随机抽取人，用表示成绩合格的人数，求的分布列及数学期望.

【答案】（1）

（2）分布列见解析，

【解析】

【分析】（1）将每个矩形底边的中点值乘以对应矩形的面积，再将所得结果全部相加，即可得出这份样本数据的平均值；

（2）由题意可知，，利用二项分布可得出随机变量的分布列，利用二项分布的期望公式可求得的值.

【小问1详解】

解：由频率分布直方图可知，份样本数据的平均值为

.

【小问2详解】

解：竞赛成绩不低于分的频率为，

低于分的频率为.

由题意可知，，

，

，

，

，，

所以分布列为

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

期望.

20. 已知椭圆经过两点.

（1）求的方程；

（2）斜率不为0的直线与椭圆交于两点，且点*A*不在上，，过点作轴的垂线，交直线于点，与椭圆的另一个交点为，记的面积为，的面积为，求.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）待定系数法求出，得到椭圆方程；

（2）先得到直线轴时，为钝角三角形，不合题意，设直线的方程为，联立椭圆方程，得到两根之和，两根之积，由得到，得到直线恒过点，求出，从而得到.

【小问1详解】

将代入椭圆方程中，

，

解得

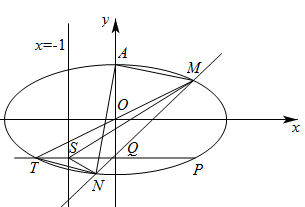
则椭圆的方程为；

【小问2详解】

当直线轴时，为钝角三角形，且，不满足题意.

设，由，可得，

所以，



所以直线的斜率存在，设直线的方程为，

因为点*A*不在上，所以，

由化简得，

.

，

所以

，

则，

整理得，因为，所以，

所以直线的方程为，恒过点.

由题意和对称性可知，

设点到直线的距离为，点到直线的距离为，



【点睛】处理定点问题的思路：

（1）确定题目中的核心变量（此处设为），

（2）利用条件找到与过定点的曲线的联系，得到有关与的等式，

（3）所谓定点，是指存在一个特殊的点，使得无论的值如何变化，等式恒成立，此时要将关于与的等式进行变形，直至找到，

①若等式的形式为整式，则考虑将含的式子归为一组，变形为“”的形式，让括号中式子等于0，求出定点；

②若等式的形式是分式，一方面可考虑让分子等于0，一方面考虑分子和分母为倍数关系，可消去变为常数.

21. 已知函数.

（1）求的极值；

（2）已知，证明：.

【答案】（1）极大值为，极小值为

（2）证明见解析

【解析】

【分析】（1）先求得的单调性，进而求得的极值；

（2）先利用题给条件构造出的不等式，再利用（1）的结论即可证得.

【小问1详解】

，，令，可得.

令，可得，

令，可得，或

所以在上单调递增，在和上单调递减.

所以的极大值为的极小值为.

【小问2详解】

由，

可得，

所以.

由对称性，不妨设，

则，

当且仅当时，等号成立，

所以.

由（1）可知在上的最大值为，

所以，

当且仅当时，等号成立，

因为等号不能同时取到，所以.

【点睛】方法点睛：利用导数证明不等式常见类型及解题策略：

（1）构造差函数，根据差函数导函数符号，确定差函数单调性，利用单调性得不等量关系，进而证明不等式；

（2）根据条件，寻找目标函数，一般思路为利用条件将所求问题转化为对应项之间大小关系，或利用放缩、等量代换将多元函数转化为一元函数.

**（二）选考题：共10分．请考生在第22，23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．**

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22. 在直角坐标系中，曲线和的参数方程分别为（为参数），（为参数），以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求曲线和的极坐标方程；

（2）已知直线，且与曲线相交于、两点，与曲线相交于、两点，则当取得最大值时，求的值.

【答案】（1），

（2）

【解析】

【分析】（1）将曲线、的参数方程化为普通方程，再由极坐标方程与普通方程之间的转换关系可得出曲线、的极坐标方程；

（2）设直线的极坐标方程为，其中，将直线的极坐标方程分别代入曲线、的极坐标方程，求出点、的极径，然后利用三角恒等变换结合正弦型函数的最值可求得的最值及其对应的值，由此可得出的值.

【小问1详解】

解：在曲线的参数方程（为参数）中消去参数，

可得，即，

将，代入上式，得.

在曲线的参数方程（为参数）中消去参数，

可得，即，

将，代入上式，得.

所以，曲线的极坐标方程为，曲线的极坐标方程为.

【小问2详解】

解：由题可设直线的极坐标方程为，其中，

将代入，得，

将代入，得，

所以，

因，则，

故当时，即当时，取得最大值，此时.

**[选修4-5：不等式选讲]**

23. 已知函数.

（1）求不等式的解集；

（2）若存在，使得成立，求实数的取值范围.

【答案】（1）或

（2）

【解析】

【分析】（1）根据绝对值不等式的解法，分类讨论，即可求解；

（2）根据题意，结合一次函数的性质，求得函数的最小值，即可求解.

小问1详解】

解：由函数，

当时，可得，解得，故；

当时，可得，解得，故无解；

当时，可得，解得，故.

故不等式的解集为或.

小问2详解】

解：由函数，

可得，所以，即实数的取值范围为.